Apêndice A

Como elaborar um relatório

Depois de ter feito uma experiência ou pesquisa, você vai querer convencer outras pessoas das suas conclusões. O seu êxito vai depender de seu talento de comunicar-se e escrever. Uma voz própria é imprescindível para não entediar o leitor. Por outro lado, é necessário seguir certos formatos padronizados para facilitar a compreensão do leitor.

Um bom relatório depende de uma boa tomada de dados. Procure organizar-se de maneira a anotar durante a prática todas as informações relevantes de uma forma inteligível posteriormente. Use um caderno apropriado para essas anotações, ao invés de usar folhas avulsas.

No relatório descreva nas suas palavras a experiência efetuada, justifique o procedimento escolhido, apresente e discuta os dados medidos, e, finalmente, tire conclusões. O relatório relata o que você fez, o que aconteceu naquela tarde ou naquela noite. No seu caderno de laboratório anote os dados "brutos", que servem de fonte primária para as análises posteriores. Não é necessário incluir todas as análises ou transformações dos seus dados explicitamente no relatório, que deve ser uma apresentação polida e lúcida, em apoio às suas conclusões. Mas, o seu público tem que ter a confiança de que você tratou os dados originais de forma honesta e correta.

Neste curso, nem sempre vamos fazer relatórios completos. Após os experimentos, pediremos uma cópia dos seus dados brutos, eventuais análises e contas que fez, e o relatório (parcial) propriamente dito. Mencionaremos qual parte do relatório será cobrada. Na maioria das experiências, vamos dar ênfase apenas à apresentação e análise dos dados, e à conclusão.

Para organizar um relatório completo, este é dividido em várias partes. Uma divisão usual seria:

Introdução Resumo teórico para situar a experiência. Exposição dos conceitos teóricos que vai usar. Referencias a literatura pertinente (Livros texto, livros de referencia, internet, etc.)

Objetivos Descrição sucinta do que se pretende obter da experiência.

Equipamento Descrição do equipamento e/ou diagrama do arranjo experimental.

Procedimento Experimental Descrição do procedimento seguido em aula. Isto é, descrever *o que você fez*, não necessariamente o procedimento proposto, justificando e discutindo a escolha. Avaliação ou estimativa dos erros nos dados devido aos aparelhos e procedimentos usados.

Dados Experimentais e Análise Apresentação dos dados coletados, através de tabelas, gráficos etc. Tratamento dos dados brutos (usando algum modelo teórico), chegando a valores finais, junto com a avaliação final do erro. Não é necessário e nem deve ser indicada cada conta efetuada. Mas, deve ficar claro como chegou ao resultado.

Conclusões Discussão dos resultados obtidos. Sempre que possível, comparar os resultados com os conhecidos ou esperados teoricamente. Se usou vários métodos, comparar os métodos.

Para experiências simples, os itens Introdução e Objetivos podem muito bem ser tratados em uma única seção. Da mesma maneira, poderia juntar a descrição do equipamento com o procedimento experimental. Em todos os itens, pode e deve se referir aos livros texto, a sites na internet e a esta apostila. Por um lado é bom que o relatório seja completo, e que pode ser lido sem consultar outros textos, mas, por outro lado, não queremos repetir simplesmente o que já está escrito na apostila. Repetindo o que falamos acima, neste curso somente vamos fazer parte de um relatório completo.

Mais alguns detalhes para se lembrar durante a confecção do relatório:

- Usar unidades para cada número que apresenta.
- Avaliação das incertezas nas suas medidas (e, se for o caso, propagar os erros nos resultados finais).
- Apresentar os seus resultados com um número de algarismos compatível com a incerteza avaliada. Nos gráficos, apresentar os seus números com barras de erro.
- Usar legendas das figuras com uma descrição sucinta o que está sendo apresentado e/ou o que estes resultados significam.
- Numerar as figuras e gráficos e se referir neles no texto.
- Mencionar a data da realização da experiência.
- Atribuição: se usar textos ou figuras de outras fontes (a guia das experiências, internet, livros, artigos, relatórios de colegas...), *deixe isto claro* ("aspas"), e dê a referência! Usar palavras ou imagens que não são suas sem atribuição é inaceitável.

Para um texto bastante sensato sobre a confecção de relatórios, recomendamos `http://members.tripod.com/~collatio/regeq/relat.htm`.

Apêndice B

Plágio

A experiência mostra que existe a possibilidade de um descompasso entre a percepção dos professores a respeito de plágio e atribuição, e a dos nossos alunos. Não custa explicitar as nossas normas de conduta acadêmica. Em resumo: ninguém deve assumir a autoria de trabalho que não seja seu.

Para começar, é bom ressaltar a importância de atribuição de créditos ao autor, sobretudo no mundo acadêmico. No mundo real, reputação e reconhecimento são conferidos por meio de dinheiro e salários. No mundo acadêmico a remuneração financeira é mais igualitária, de uma maneira geral, e outras formas de reconhecimento, conferidas por meio de referência e citações, se tornam muito mais importantes. Isto explica porque cientistas são extremamente sensíveis no que diz respeito a questões de prioridade. Plágio, neste universo, é um crime gravíssimo.

Ora, não existem normas absolutas que determinem com rigor o que é e o que não é plágio. É uma escala ou espectro contínuo. Cultura, de uma maneira geral, sempre é baseada no trabalho dos predecessores. O próprio Newton, que não era nada modesto, e estava envolvido em várias disputas de prioridade, criou a frase famosa sobre ombros e gigantes. O crítico literário Harold Bloom escreveu que "Strong poets misread one another in order to clear imaginative space for themselves and their work" (1973, *The Anxiety of Influence*).

Todo mundo está imerso num ambiente cultural, e o fato é que a maioria das pessoas não vê qualquer problema em permitir que seu trabalho seja utilizado, desde que lhe seja atribuído o crédito. Admitindo então que há tons de cinza no contínuo entre o Bem o e o Mal, continua sendo verdade que copiar figuras ou texto, e dizer que são seus, é um comportamento que está no lado errado.

Às vezes, diz-se que nestes tempos modernos de internet as normas mudaram. Viveríamos numa era de "rip, mix, burn". Pode ser verdade, mas não é relevante. É claro que o acesso à informação e a maneira de usá-la mudou (para algumas pessoas), e o fato de que podemos compartilhar as nossas idéias facilmente é motivo de comemoração. Mas isto não altera os critérios básicos sobre o que é honestidade. Fazer de conta que escreveu uma frase que na realidade não escreveu é mentir. É muito simples.

A relação entre o aluno e o professor deve ser baseada em confiança. O professor não pode ser visto como um obstáculo no caminho da formatura. Se a situação for esta, seria melhor fechar as portas e brincar de outra coisa. Felizmente, tenho certeza que a grande maioria dos nossos alunos têm intenções boas e que qualquer deslize resulta da mera falta de informação, uma coisa que este texto procura remediar.

(com contribuições de Daisy de Brito Rezend e Carla da Costa Guimarães).

Apêndice C

Gráficos

Neste apêndice, veremos regras para produzir gráficos que representem bem os dados e que se conformem a convenções profissionais.

C.1 Introdução

Nas atividades experimentais, muitas vezes, precisamos estudar como uma propriedade ou quantidade depende ou varia com relação a outra propriedade ou quantidade. Por exemplo, para medir do que um determinado carro é capaz, medimos a velocidade em função do tempo. Suponhamos que os resultados são

t (s)	0	5	10	15	20	25	30	35
v (km/h)	42 ± 7	67	101	134	161	183	196	200

O gráfico desses dados (Figura C.1) permite visualizar imediatamente o comportamento da velocidade em relação ao tempo. Uma imagem vale mil palavras, e um gráfico é uma maneira muito eficiente de resumir e apresentar os seus dados. É importante que o gráfico se conforme a certas convenções ou regras que todo mundo conhece. Assim outras pessoas podem interpretar os seus resultados imediatamente. Em seguida vamos apresentar as regras para produzir gráficos em um formato profissional.

C.2 Regras práticas para construção de gráficos

Conforme o exemplo da Figura C.1, um gráfico contém os seguintes elementos:

1. Eixos com nome da variável representada, escala e unidade.
2. Os dados e, se apropriado, as barras de erro.
3. Legenda e título.

Os eixos

Cada um dos eixos deve conter o nome (ou símbolo) da variável representada, a escala de leitura e a unidade correspondente. Escolha uma escala conveniente para a qual o gráfico represente bem o intervalo medido para cada variável. A regra prática para esta definição é dividir a faixa de variação de cada variável pelo número de divisões principais disponíveis. Toma-se então um arredondamento a valor superior e de fácil leitura. Estes valores de fácil leitura são: 1, 2 ou 5 unidades ou qualquer múltiplo ou submúltiplo de 10 delas. Por exemplo, no papel milimetrado, se a faixa de variação dos dados for de 35 unidades e o número de cm disponíveis for de 10 cm, chegamos ao valor ideal de 5 unidades para cada divisão do gráfico. No caso da Figura C.1, a variável tempo varia 35 s e temos mais ou menos 10 divisões principais, o que daria $3,5$ s por divisão, o que não é conveniente. Portanto escolhemos 5 s por divisão. Da mesma maneira foi escolhido 20 km/h por divisão no eixo y. As escalas dos eixos não precisam começar na origem (zero, zero). Elas devem

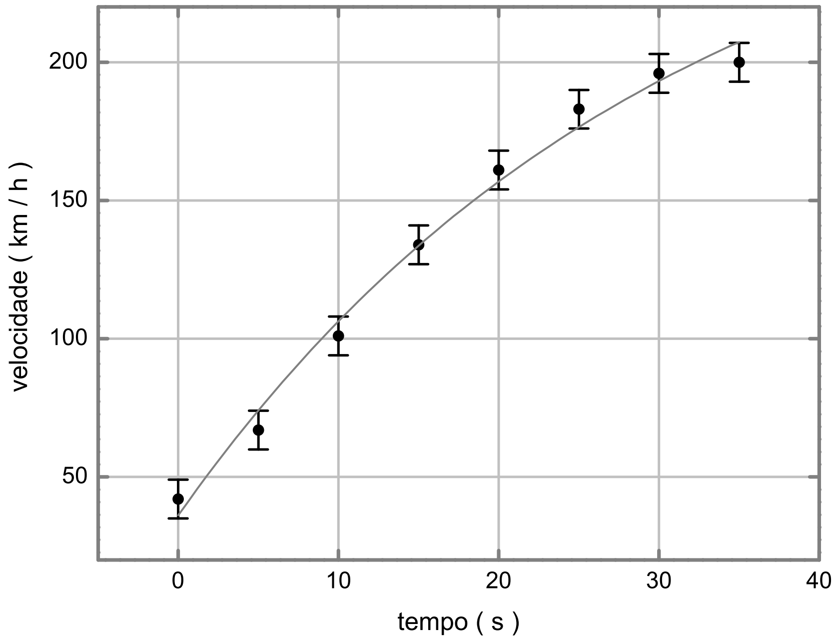

Figura C.1: Velocidade de um automóvel acelerando.

abranger a faixa de variação que você quer representar. É conveniente que os limites da escala correspondam a um número inteiro de divisões principais. Indique os valores correspondentes às divisões principais abaixo do eixo-x e à esquerda do eixo-y usando números grandes. As unidades devem ser escolhidas de maneira a minimizar o número de dígitos nos valores que indicam o valor da divisão principal. Uma regra prática é tentar usar no máximo três dígitos nestes valores, fazendo uso de potências de 10 na expressão das unidades para completar a informação. Ao traçar os eixos no papel milimetrado, não use a escala marcada no papel pelo fabricante. É você que define a sua escala, baseando-se nos seus dados. Também não use os eixos nas margens do papel. Desenhe os seus próprios, porque você precisará de espaço para a identificação das variáveis e para a legenda (item 3). Por fim, abaixo ou à esquerda dos números da escala, conforme o caso, escreva o nome (ou símbolo) da variável correspondente e a unidade para leitura entre parênteses (km, 10^5N/cm^2, etc.).

Os dados

Assinale no gráfico a posição dos pontos experimentais: use marcas bem visíveis (em geral círculos pequenos). Nunca indique as coordenadas dos pontos graficados no eixo. Coloque barras de erros nos pontos se for o caso. Se os erros são menores que o tamanho dos pontos, indique isso na legenda. Às vezes ajuda a visualização traçar a melhor curva média dos pontos, ignorando alguns pontos que fogem demasiadamente do comportamento médio. Em outras palavras, pode-se dizer que a curva média deve ser traçada de maneira a minimizar os deslocamentos da curva em relação aos pontos experimentais ao longo do traçado. Use o seu juízo. Não é correto simplesmente ligar os pontos experimentais.

A legenda e o título

Todo gráfico deve ter um título, pelo qual é referido no texto (Figura C.1, no nosso exemplo). Geralmente, o título do gráfico é colocado na legenda, abaixo do gráfico. A legenda deve conter também uma descrição sucinta do que é apresentado no gráfico. Note que uma legenda tipo "velocidade vs tempo"é redundante, pois esta informação já está contida nos rótulos dos eixos.

Na Figura C.2, ilustramos os erros mais comuns, que devem ser evitados na construção de gráficos.

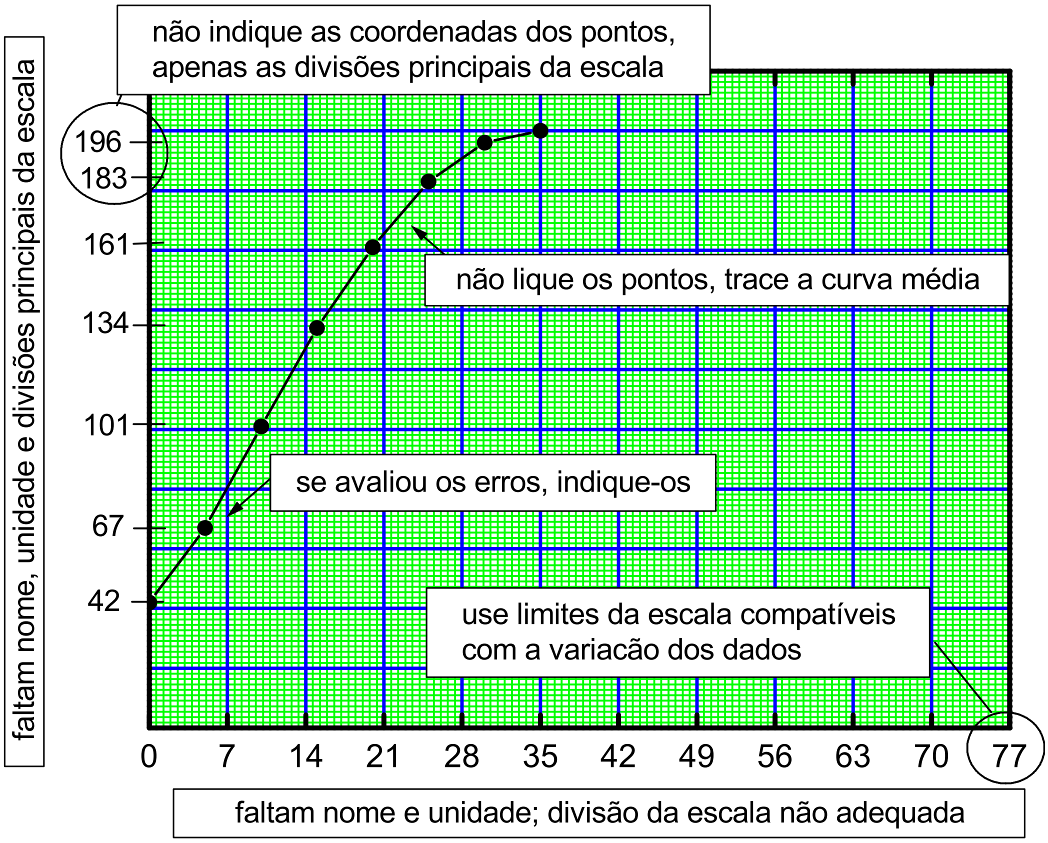

Figura C.2: Ilustração dos erros mais comuns que devem ser evitados na construção de gráficos.

Apêndice D

Derivadas e Linearização

D.1 Introdução

Assim como uma imagem vale mais que mil palavras, uma equação vale mil pontos experimentais. Vamos ver como representar os dados em um gráfico com uma equação matemática, por exemplo, para poder comparar com uma previsão teórica, ou simplesmente para ter um resumo sucinto dos dados. Na verdade, a única função que vamos tratar é uma reta[1] ($f(x) = ax + b$) mas vamos ver que muitas outras funções podem ser transformadas de forma que o método para uma reta também funciona para elas. Neste caso, a pergunta é: qual é a reta que representa melhor os meus dados? Ou seja, quais são os parâmetros (coeficientes) a e b da função $f(x) = ax + b$ que descreve melhor os meus dados?

D.2 Método para retas

O primeiro passo é o ajuste visual de uma reta ao conjunto de pontos. Este ajuste difere muito pouco do que seria obtido por métodos analíticos ou numéricos. É claro que deve-se tomar o cuidado de traçar uma reta média cujas distâncias aos pontos experimentais tendam a se anular uniformemente ao longo de seu traçado. Um exemplo está na Figura D.1. Escolha agora dois pontos da reta (x_1, y_1) e (x_2, y_2). É fácil de ver que é possível encontrar os parâmetros a e b resolvendo o sistema de equações obtidos na substituição das coordenadas dos pontos na equação geral da reta:

$$\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \\ y_2 = ax_2 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ b = y_1 - ax_1 = y(0) \end{cases}$$

Note que os parâmetros têm unidades: a unidade de a (o coeficiente angular) é [unidade de y]/[unidade de x] e a de b (o termo constante) é mesma de y.

No exemplo da Figura D.1, os pontos escolhidos possuem as coordenadas (2,00 kg, 495 N) e (8,00 kg,155 N). Substituindo estes valores nas equações acima chegamos aos seguintes valores para a e b:

$$a = \frac{\Delta F}{\Delta m} = \frac{(495 - 155)\text{N}}{(2 - 8)\text{kg}} = -56,7 \text{ N/kg e}$$
$$b = F(0) = 610 \text{ N}$$

Deve-se salientar que os pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) além de pertencer à reta média devem ser escolhidos suficientemente distantes entre si de maneira a minimizar a influência da

[1] Existem vários métodos para se obter os parâmetros de uma função geral que descreva os dados experimentais. Se você dispõe de um computador, ou mesmo uma calculadora programável, aplica-se um processo iterativo de variações sucessivas sobre os parâmetros até se obter aqueles que geram a curva mais próxima aos pontos experimentais. Há também o método dos mínimos quadrados, que se baseia nesta mesma idéia, mas que gera expressões analíticas para a obtenção dos parâmetros. O método de mínimos quadrados exige conhecimento de cálculo diferencial que vocês ainda não tem. Portanto, iremos discutir alguns métodos mais simples, mas extremamente úteis

precisão da escala utilizada na leitura das coordenadas e consequentemente no cálculo dos parâmetros a e b.

Note também que apesar do nome, o coeficiente angular não é igual à tangente do ângulo entre a reta e o eixo-x, porque as escalas nos eixos x e y geralmente são diferentes, ao contrario do caso matemático. Lembre-se que o parâmetro a possui uma unidade, e a tangente de um ângulo é adimensional, portanto, não podem ser iguais. Em geral

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \neq \tan\theta$$

D.3 Método para outras funções (linearização)

Provavelmente por razões biológicas, os nossos cérebros sabem distinguir bem entre uma curva e uma reta. Porém, a diferença entre por exemplo uma curva $y = x^2$ e $y = x^4$ é muito difícil de perceber visualmente. Por isto, e pelo fato de que a análise para uma reta é tão fácil (veja acima), sempre que possível os dados são linearizados. O ingrediente básico é a substituição das variáveis não-lineares.

Funções polinomiais

Funções do tipo:

$$y(x) = Ax^B + C$$

podem ser linearizadas tomando-se:

$$z = x^B \Rightarrow y(z) = Az + C$$

Em vez de graficar y contra x, agora podemos graficar y contra z, que é uma reta com coeficiente angular A e termo constante C. Note que você tem que conhecer o expoente B para poder efetuar este procedimento. Os parâmetros A e C serão determinados pelo mesmo procedimento de ajuste da reta explicado anteriormente.

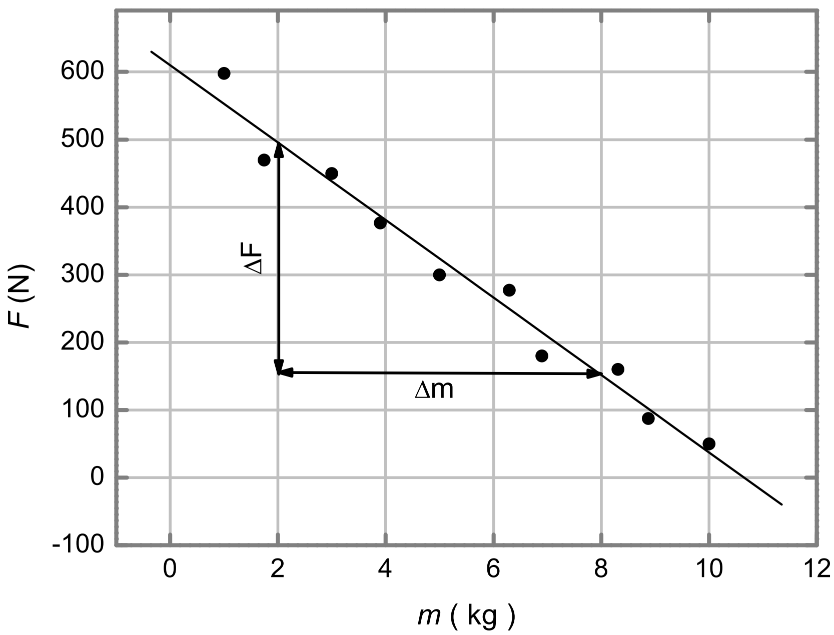

Figura D.1: Exemplo de um gráfico com ajuste visual de uma reta. Neste exemplo, a coeficiente angular $a = \Delta F/\Delta m = -56,7$ N/kg e o termo constante $b = 610$ N.

t (s)	h (cm)	$z = t^2$ (s^2)
0,01	200	0,0001
0,225	173	0,051
0,319	151	0,102
0,390	124	0,152
0,450	99	0,203
0,504	76	0,254
0,552	48	0,305
0,596	26	0,355
0,637	1	0,406

Tabela D.1: Altura (h) em função do tempo (t) para um corpo em queda livre.

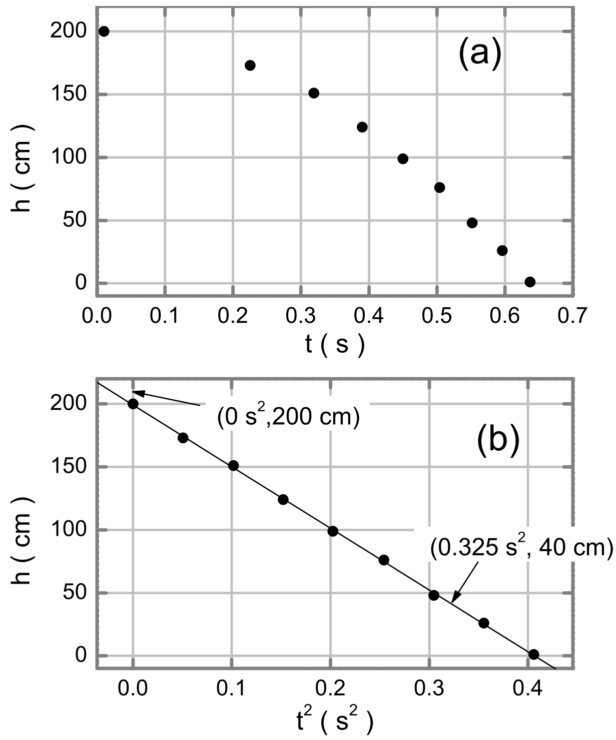

Figura D.2: Exemplo de linearização: (a) Altura (h) em função do tempo (t) resulta numa parábola; (b) Altura em função do quadrado do tempo realiza a linearização.

Exemplo: Suponha que você tenha obtido os pontos listados nas duas primeiras colunas da Tabela D.1. Graficando-se estes pontos, observa-se, no alto da Figura D.2, que eles têm uma forma que lembra uma parábola com concavidade para baixo. Assim, se estes pontos forem razoavelmente associáveis a uma parábola, teremos uma expressão do tipo:

$$h(t) = C + At^2$$

que pode ser linearizada tomando-se:

$$z = t^2 \Rightarrow h(z) = C + az$$

Assim, A é o coeficiente angular e C o termo constante da reta.

O resultado para z, no nosso exemplo, está na terceira coluna da Tabela D.1. O novo gráfico, de h em função de z, está embaixo na Figura D.2. Verifica-se que houve uma boa linearização, confirmando que uma parábola é um bom ajuste para estes pontos

x (cm)	T/T_0	$\ln(T/T_0)$
0,0	1,0	0
0,4	0,801	−0,222
1	0,606	−0,501
1,4	0,473	−0,749
2,0	0,341	−1,076
4,0	0,127	−2,064
4,4	0,102	−2,280
7,5	0,0165	−4,104

Tabela D.2: Exemplo de valores de uma função exponencial.

experimentais. Podemos, então, extrair C e A da reta de linearização. Para as coordenadas indicadas no gráfico, obtemos:

$$A = (40 - 200)\ \text{cm}/(0,325 - 0)\ \text{s}^2 = -4,92 \cdot 10^2\ \text{cm/s}^2 \quad \text{e}$$
$$C = 200\ \text{cm}.$$

Funções exponenciais

As funções do tipo:

$$y(x) = Ce^{\beta x}$$

também podem ser linearizadas tomando-se o logaritmo natural ou neperiano (ln) em ambos os lados da igualdade:

$$\ln y = \ln(Ce^{\beta x}) \Rightarrow \ln y = \ln C + \beta x$$

Ou seja, a aplicação do ln à função exponencial leva a uma relação linear entre x e ln$y$. Graficando $\ln y$ contra x vai dar uma reta com coeficiente angular β e termo constante $\ln C$. Portanto, a linearização da exponencial permite a obtenção de seus parâmetros através desta reta. Note que β tem a unidade de [unidade de $x]^{-1}$ e C tem a unidade de y. Em casos de decaimento exponencial, costumam-se graficar valores normalizados no eixo-y (os dados, divididos por um fator apropriado, geralmente o valor de y em $x = 0$).

Exemplo: na Tabela D.2, apresentamos os dados para um decaimento exponencial, e na mesma tabela já incluímos os valores do logaritmo da ordenada. Graficando-se os dados desta tabela (Figura D.3) podemos verificar a linearização da curva, indicando que a exponencial é uma boa aproximação para estes pontos. Os parâmetros β e $\ln C$ são dados, respectivamente, pelo coeficiente angular e pelo termo constante da reta. Do gráfico, obtemos:

$$\beta = -0,54\ \text{mm}^{-1} \quad \text{e} \quad C = 1$$

Funções de potência

A forma mais geral de equações de potência é dada por:

$$y = Ax^B$$

Quando conhecemos o valor do parâmetro B, podemos usar a substituição de variável, como vimos anteriormente, para descobrir o valor do parâmetro A desta função. No entanto, se não sabemos o valor do expoente B, podemos utilizar uma substituição diferente. Analogamente ao caso da curva exponencial, aplicamos aos dois lados da equação o logaritmo (usualmente de base 10):

$$\log y = \log(Ax^B) \Rightarrow \log y = \log A + B \log x$$

Como podemos verificar das equações acima, o gráfico de $\log y$ em função de $\log x$, é uma reta. O expoente B é o coeficiente angular desta reta, e $\log A$ é o termo constante.

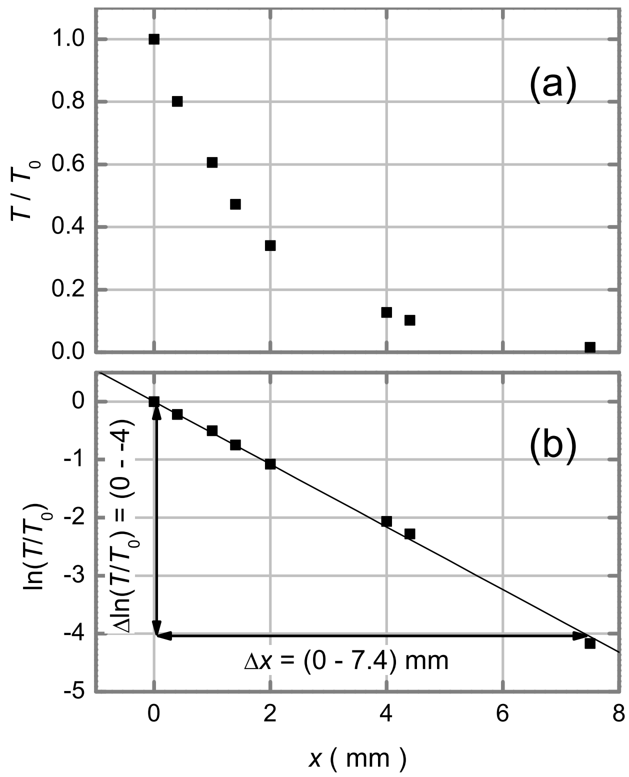

Figura D.3: a) Transmissão normalizada (T/T_0) em função da espessura (x) da amostra. b) Os mesmos dados, agora graficando o logaritmo da transmissão normalizada contra x, mostrando que o decaimento é exponencial, com constante de decaimento $\beta = \Delta \ln(T/T_0)/\Delta x = 4/(-7,4 \text{ mm}) = -0,54 \text{ mm}^{-1}$.

Escalas logarítmicas

Existem papéis de gráfico especiais que facilitam a tarefa de linearização por terem escalas proporcionais aos logaritmos das grandezas:

- Papel monolog tem um eixo com escala logarítmica e é usado para linearizar funções exponenciais ($y = Ce^{\beta x}$).
- Papel dilog (ou log-log) tem escalas logarítmicas nos dois eixos e é usado para linearizar expressões do tipo $y = Ax^B$.

As escalas logarítmicas simulam o cálculo do logaritmo para as grandezas graficadas. Em outras palavras, ao graficarmos pontos numa escala logarítmica não é necessário calcular o logaritmo do número, pois as distâncias entre as marcas na escala são proporcionais às diferenças entre os logaritmos dos números. Escalas logarítmicas também são convenientes quando o intervalo de variação das grandezas é muito grande.

Exemplo: Vamos determinar os valores dos parâmetros A e B para o gráfico da Figura D.4. Para começar, traçamos a reta que melhor representa os pontos experimentais. Depois escolhemos dois pontos desta reta, convenientemente afastados, para determinar o seu coeficiente angular. Para a determinação do expoente B, devemos lembrar que o papel dilog simula o cálculo do logaritmo, e que temos na realidade um gráfico de $\log y$ contra $\log x$.

Para calcular o coeficiente angular para obter o coeficiente B, o procedimento é igual ao caso de um gráfico em papel linear, lembrando que precisamos pegar as diferenças dos logaritmos (usando a calculadora). No exemplo dado, teríamos:

$$B = \frac{\Delta \log y}{\Delta \log x} = \frac{\log(0.02) - \log(1)}{\log(38) - \log(2)} = -1,33.$$

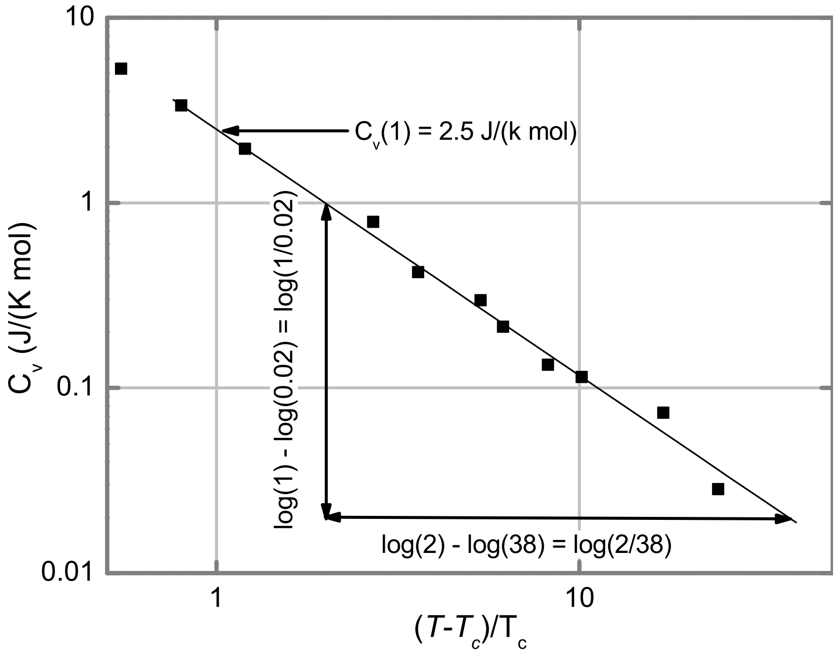

Figura D.4: Exemplo de linearização de uma função de potência utilizando um gráfico com escalas logarítmicas

O parâmetro A é simplesmente o valor de y em $x = 1$. No exemplo dado, podemos ler A diretamente do gráfico: em $x = (T - T_c)/Tc = 1$, $y = C_v = 2,5$ J/(K mol), que é o valor de A. Se $x = 1$ não constasse do gráfico, escolheríamos um $x = x_0$ qualquer e, lendo o correspondente valor de $y = y_0$, teríamos: $A = y_0/x_0^B$ (B já está determinado).

O resultado final é que podemos descrever os dados de Figura D.4 com a equação

$$C_v = 2,5[T - T_c/T_c]^{-1,33}$$